

Lesson 15

INFERENSI PADA FOL I

6.2.8 Resolusi

Kita telah memperkenalkan sebuah aturan inferensi yaitu modus ponens, sekarang kita akan memperkenalkan satu lagi aturan inferensi yang cukup signifikan, resolusi

Karena resolusi cukup rumit untuk dijelaskan maka kita akan menjelaskannya melalui dua tahap. Tahap pertama adalah dengan memperkenalkan resolusi sebagai suatu aturan inferensi pada logika preposisional yaitu bahasa dimana hanya ada variable yang bernilai kebenaran. Lalu dari sana kita mengeneralisirnya ke dalam First Order Logic

6.2.8.1 Resolusi pada preposisional logic

Dalam bentuk paling sederhananya, resolusi adalah sebuah aturan inferensi sebagai berikut :

$$\{A \text{ OR } C, B \text{ OR } (\text{NOT } C)\} \rightarrow A \text{ OR } B$$

Atau lebih umumnya aturan inferensi dengan resolusi adalah :

Bila diberikan premis C1 dan C2, dimana C1 mengandung literal L dan C2 mengandung literal (NOT L), inferensikan klausa C, disebut juga resolvent dari C1 dan C2, dimana C adalah gabungan dari (C1 - {L}) dan (C2 - {NOT L})

Atau dalam bentuk symbol :

$$\frac{\{C1, C2\}}{(C1 - \{L\}) \text{ UNION } (C2 - \{\text{NOT } L\})}$$

Contoh :

Set dibawah ini tidak konsisten :

1. (P OR (NOT Q))
2. ((NOT P) OR (NOT S))
3. (S OR (NOT Q))
4. Q

Faktanya :

5. ((NOT Q) OR (NOT S))
6. (NOT Q)
7. FALSE

Perhatikan bahwa kalimat no 7 adalah sebuah klausa yang kosong. (mengapa?)

Teorema : kalkulus preposisional dengan aturan inferensi resolusi adalah metode yang benar dan lengkap

NOTE : Teorema ini mensyaratkan bahwa tiap klausa direpresentasikan sebagai sebuah sets, yaitu, bahwa setiap elemen dari klausa muncul hanya satu kali dalam sebuah klausa. Ini membutuhkan sejenis fungsi pemeriksaan keanggotaan setiap kali sebuah elemen ditambahkan pada sebuah klausa

$$C1 = \{P, P\}$$

$$C2 = \{\text{NOT } P, \text{NOT } P\}$$

$$C3 = \{P, \text{NOT } P\}$$

Dari saat ini bila dilakukan resolusi kita akan kembali pada hasil C1, C2, atau C

6.2.8.2 Resolusi pada First order logic

Bila diberikan klausa C1 dan C2 , klausa C adalah resolvent dari klausa C1 dan C2 jika :

1. Ada Subset $C1' = \{A1, \dots, Am\}$ dari C1 dari literal dengan tanda yang sama, katakanlah positif, dan ada subset $C2' = \{B1, \dots, Bn\}$ dari C2 dari literal dengan tanda yang berlawanan, katakanlah negatif
2. Ada substitusi s1 dan s2 yang menggantikan variable pada C1' dan C2' sedemikian rupa sehingga menghasilkan variable baru.
3. C2'' didapat dari C2 dengan menghilangkan tanda negatif dari B1,...Bn
4. Terdapat sebuah penyatu yang paling umum untuk gabungan antara C1's1 dan C2''s2

Dan C adalah :

$$((C1-C1'').s1 \text{ UNION } (C2-C2'').s2).s$$

Dengan simbol simbol ini, aturan resolusi menjadi :

$$\frac{\{C1, C2\}}{\text{-----}} \\ C$$

Jika C1' dan C2' adalah sebuah singleton (i.e hanya terdiri dari satu literal), aturan ini disebut Binary Resolution.

Contoh :

$$C1 = \{(P \vee (F \vee z)) (P \vee A)\}$$

$$C2 = \{(\text{NOT } (P \vee A)) (\text{NOT } (P \vee x)) (\text{NOT } (P \vee x))\}$$

$$C1' = \{(P \vee A)\}$$

$$C2' = \{(\text{NOT } (P \vee A)) (\text{NOT } (P \vee x))\}$$

$$C2'' = \{(P \vee A) (P \vee x)\}$$

$$s1 = [z1/z]$$

$$s2 = [z2/z]$$

$$C1'.s1 \text{ UNION } C2'.s2 = \{(P \vee z1 \vee A) (P \vee z2 \vee A) (P \vee z2 \vee x)\}$$

$$s = [z1/z2 \vee A/x]$$

$$C = \{(\text{NOT } (P \vee A \vee z1)) (P \vee z1 \vee (F \vee z1))\}$$

Perhatikanlah bahwa aplikasi dari resolusi telah menghilangkan lebih dari satu literal dari C2 dengan kata lain ini bukan binary resolution

Teorema : First Order Logic, dengan aturan inferensi Resolusi menghasilkan hasil yang benar dan lengkap.

Kita tidak akan menunjukkan bukti akan teorema ini. Namun kita akan melihat beberapa langkah langkahnya yang akan memberikan kesempatan yang baik untuk mengunjungi herbrand kembali. Tapi sebelumnya mari kita amati bahwa jika kita mengganti dalam teorema ini resolusi menjadi binary resolution maka teorema ini menjadi tidak akan bertahan, binary resolution tidak akan lengkap. Inilah kasus dimana kita tidak menggunakan sets tapi menggunakan bags. Ini bisa ditunjukkan dengan kasus yang sama yang ditunjukkan oleh logika preposisional.

Bila diberikan sebuah klausa C , sebuah subset D dari C, dan sebuah substitusi s yang menyatukan D, kita menyatakan C.s sebagai sebuah factor dari C. Aturan inferensi pemfaktoran aturan dengan premis C dan hasil C.s

Teorema : untuk setiap klausa S dan klausa C, jika C dapat diturunkan dari S menggunakan Resolusi, maka C dapat diturunkan dari S menggunakan resolusi binary dan pemfaktoran.

Ketika mencari pembuktian, akan lebih efektif bila menggunakan klausa yang lebih sedikit. Definisi dan aturan aturan di bawah ini sangat membantu dalam menghilangkan klausa yang berulang:

Sebuah klausa C1 mencakup klausa C2 jika dan hanya jika ada substitusi s sehingga C.s adalah subset dari C2

Aturan penghilangan subsumption : jika C1 mencakup C2 maka hilangkan C2

Meninjau kembali Herbrand

Kita telah menunjukkan konsep dunia Herbrand H_s untuk satu set klausa S . Disini kita bertemu dengan konsep Herbrand base, $H(s)$, untuk sebuah set klausa S . $H(s)$ dapat didapatkan dari S dengan menganggap semua instance dasar dari klausa S dibawah semua substitusi yang memetakan semua variabel dari S kepada elemen dari dunia Herbrand dari S . Lebih jelasnya lagi, jika di dalam S terjadi beberapa variabel dan dunia Herbrand dari S itu tak terbatas maka $H(s)$ tidak terbatas. [Catatan : hal ini berlaku sebaliknya, jika S tidak memiliki variabel, atau S mempunyai beberapa variabel dan beberapa kemungkinan konstanta, tapi tidak ada simbol fungsi, $H(s)$ terbatas. Dan jika $H(s)$ terbatas maka kita akan bisa menentukan apakah S itu satisfiable atau tidak]. [Catatan : amat mudah untuk menentukan apakah subset terbatas dari S itu satisfiable atau tidak: karena ia terdiri dari klausa dasar, maka kita dapat menggunakan tabel kebenaran seperti pada logika preposisional.]

Pentingnya konsep dunia Herbrand dan Herbrand base adalah karena teori ini :

Teori Herbrand : Jika satu set S dari suatu klausa bersifat unsatisfiable maka ada subset terbatas dari $H(s)$ yang juga bersifat unsatisfiable.

Karena teori inilah jika $H(s)$ terbatas kita akan bisa menentukan apakah S itu terbatas atau tidak. Teori Herbrand secara langsung mengusulkan sebuah prosedur umum pembuktian yang komplis secara refutation.

Jika diberikan satu set klausa S , enumerasikan subset dari $H(s)$ sampai menemukan satu yang bersifat unsatisfiable

Tapi seperti yang akan kita lihat sebentar lagi kita akan menemukan prosedur pembuktian yang lebih baik.

Kelengkapan refutation dari prosedur pembuktian resolusi

Bila diberikan satu set klausa S , resolution closure dari S yaitu $R(s)$ adalah set klausa terkecil yang mengandung S dan tertutup secara resolusi. Dengan kata lain, ia adalah satu set klausa yang didapat dari S dengan menerapkan resolusi secara berulang.

Teorema Ground resolution : jika S adalah satu set klausa dasar yang unsatisfiable maka $R(s)$ akan mengandung klausa FALSE.

Dengan kata lain, melalui resolusi dapat dideduksikan FALSE melalui S .

Lifting lemma : bila diberikan klausa C_1 dan C_2 yang tidak memiliki variabel yang sama, klausa dasar dari C_1 dan C_2 yaitu C_1' dan C_2' , dan jika C'' adalah resolvent dari C_1' dan C_2' maka terdapatlah klausa C yang adalah resolvent dari C_1 dan C_2 yang memiliki C'' sebagai klausa dasar.

Dengan ini kita memiliki hasil kita, yaitu bahwa prosedur pembuktian resolusi complete secara refutation. Perhatikanlah peran penting yang dimainkan oleh Dunia Herbrand dan basis. Sifat unsatisfiable dari S direduksi menjadi sifat ketidaksatisfiable dari $Hs(s)$ dari $H(s)$, yang pada gilirannya direduksi menjadi permasalahan menemukan hasil turunan resolusi berupa FALSE pada $Hs(S)$. hasil turunan yang dapat di"angkat" menjadi pembuktian FALSE secara resolusi dari S

Berhadapan dengan persamaan

Sampai sekarang ini kita tidak berurusan dengan persamaan, yaitu kemampuan untuk mengenali istilah sebagai sesuatu yang ekuivalen (yaitu selalu menunjuk pada individual yang sama) sebagai dasar bagi pengetahuan perhitungan, sebagai contoh, bila diberikan informasi bahwa

$$S(x) = x+1$$

Maka kita bisa menyatukan :

$$F(S(x)y) \text{ and } F(x+1,3)$$

Ada dua pendekatan untuk mengatasi permasalahan seperti ini

Pendekatan pertama adalah dengan menambahkan aturan inferensi yang membantu kita menggantikan suatu istilah dengan istilah yang sama. Salah satu aturan seperti itu adalah aturan demodulation: bila diberikan istilah (term) t_1, t_2 , dan t_3 dimana t_1 dan t_2 dapat dipersatukan dengan MGU's dan t_2 terjadi pada formula A, maka :

$$\frac{\{t_1 = t_3, A(\dots t_2 \dots)\}}{A(\dots t_3.s \dots)}$$

Salah satu aturan yang lebih rumit dan berguna adalah aturan paramodulation

Pendekatan kedua adalah dengan tidak menambah aturan inferensi dan sebaliknya menambah axiom tidak logical yang mengkarakteristikan persamaan dan efeknya untuk setiap symbol yang tidak sama. Kita terlebih dahulu menetapkan sifat reflective, symmetry, dan transitive dari tanda "=" :

$$X = X$$

$$X = Y \text{ IMPLIES } Y = X$$

$$X = Y \text{ AND } Y = Z \text{ IMPLIES } X = Z$$

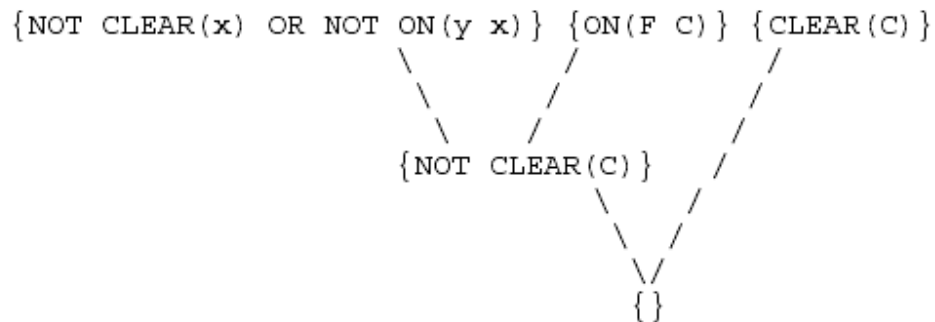
Kemudian untuk setiap F yang adalah simbol fungsi unary kita tambahkan axiom persamaan :

$$X = Y \text{ IMPLIES } F(X) = F(Y)$$

Dan untuk setiap F yang adalah simbol fungsi binary kita tambahkan axiom persamaan :

$$X = Z \text{ AND } Y = W \text{ IMPLIES } F(x,y) = F(z,w)$$

Jika sekarang kita menanyakan apakah $(\text{NOT } (\text{EXIST } y (\text{ON } (y, C))))$, kita harus menambahkan yang dipertimbangkan diatas yaitu klausa $\text{ON}(F,C)$ dan menjalankan resolusi :



Contoh :

Bila kita diberikan predikat seperti di bawah ini :

$S(x)$: x is satisfied

$H(x)$: x is Healthy

$R(x)$: x is Rich

$P(x)$: x is Philosophical

Premis premis dibawah ini adalah axiom non-logikanya

$$S(x) \Rightarrow (H(x) \wedge R(x))$$

$$\exists x, S(x) \wedge P(x)$$

Maka kesimpulannya adalah :

$$\exists x, P(x) \wedge R(x)$$

Klausa yang berkorespondensi dengan ini adalah :

$$1. \neg S(x) \vee H(x)$$

$$2. \neg S(x) \vee R(x)$$

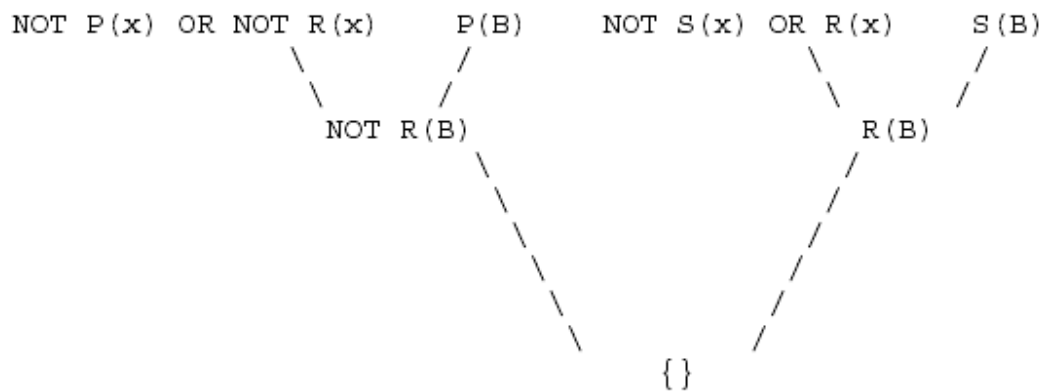
$$3. S(B)$$

$$4. P(B)$$

$$5. \neg P(x) \vee \neg R(x)$$

Dimana B adalah sebuah konstanta skolem

Maka pembuktiaannya adalah :



Menjawab pertanyaan isian

Kita sekarang akan menentukan bagaimana mengidentifikasi satu individu yang memenuhi formula tertentu

Contoh :

Simbol non-logikal :

$SW(x,y)$: x tinggal bersama dengan y

$A(x,y)$: x ada di tempat y

$R(x,y)$: x dapat dihubungi di nomor y

$PH(x)$: nomor telepon untuk tempat x

Sally, Morton, Unionbldg : individual

Axiom non logical :

1. $SW(Sally,Morton)$
2. $A(Morton,unionbldg)$
3. $SW(x,y) \text{ AND } A(y,z) \text{ IMPLIES } A(x,z)$ yang ekuivalen dengan klausa
 - a. $NOT SW(x,y) \text{ OR } NOT A(y,z) \text{ OR } A(x,z)$
4. $A(x,y) \text{ IMPLIES } R(x,PH(y))$ yang ekuivalen dengan klausa
 - a. $NOT A(x,y) \text{ OR } R(x,PH(y))$

Goal : menentukan dimana untuk menelepon sally

$NOT \text{ EXIST } x (R(Sally,X))$ yang ekuivalen dengan kalimat

$\text{NOT } R(\text{Sally}, w)$

Kepada klausa ini kita menambahkan literal dengan operator disjungsi, literal jawaban, $\text{Answ}(w)$ menghasilkan klausa

5. $\text{Answ}(w) \text{ OR } \text{NOT } R(\text{sally}, w)$

Maka pembuktiannya adalah :

6. $\text{Answ}(v) \text{ or } \text{NOT } A(\text{Sally}, v)$ dari kalimat 4 dan 5
7. $\text{Answ}(v) \text{ or } \text{NOT } SW(\text{Sally}, y) \text{ OR } \text{NOT } A(y, v)$ dari 6 dan 3
8. $\text{Answ}(v) \text{ or } \text{NOT } A(\text{Morton}, v)$ dari 7 dan 1
9. $\text{Answ}(\text{UnionBuildg})$ dari 8 dan 2

Prosedur pembuktian ini berhenti ketika berhasil menemukan klausa yang adalah instance dari literal jawaban, kalimat no 9 menjawab pertanyaan di mana Sally.

Metode Umum

Jika A adalah sebuah pertanyaan isian yang perlu kita jawab dan $x_1 \dots x_n$ adalah variable bebas yang terjadi pada A, maka kita menambahkan kepada axiom non-logika dan fakta GAMMA klausa

$\text{NOT } A \text{ or } \text{ANSW}(x_1 \dots x_n)$

Kita menghentikan pembuktian apabila kita menemukan klausa dengan bentuk

$\text{ANSW}(t_1 \dots t_n)$

Kita dapat menemukan semua individual yang memenuhi query awal dengan melanjutkan pembuktian untuk mencari instansiasi alternatif dari variable $x_1 \dots x_n$

Jika kita membuat pohon pembuktian untuk $\text{ANSW}(t_1 \dots t_n)$ dan mempertimbangkan MGUs yang digunakan didalamnya maka komposisi dari substitusi ini, terbatas pada $x_1 \dots x_n$ memberikan pada kita individual yang menjawab pertanyaan isian